

引文格式:郝博,闫志杰,汪万炯,等.微桁架点阵结构胞元拓扑优化及其变密度设计[J].航空制造技术,2024,67(19):36-46.

HAO Bo, YAN Zhijie, WANG Wanjiang, et al. Topology optimization and variable density design of micro-truss lattice structure cells[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2024, 67(19): 36-46.

# 微桁架点阵结构胞元拓扑优化及其变密度设计\*

郝博<sup>1,2</sup>, 闫志杰<sup>1</sup>, 汪万炯<sup>1</sup>, 赵玉欣<sup>1</sup>

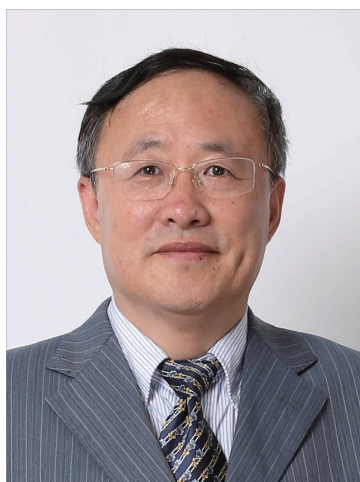
(1. 东北大学, 沈阳 110819;

2. 东北大学秦皇岛分校, 秦皇岛 066004)

**[摘要]** 设计满足特定需求的三维有序多孔的微桁架点阵结构,是解决航空航天领域某些构件轻量化问题的方法之一。首先,基于具有惩罚的实体各向同性材料(Solid isotropic microstructure with penalization, SIMP)拓扑优化算法,以最小柔度为目标,在不同载荷边界条件下进行点阵胞元的优化,随后对拓扑优化的点阵胞元进行几何重构。采用三维数值均匀化算法分析胞元在不同相对密度下的弹性矩阵及弹性模量曲面,对比4种胞元的各项力学性能;对选择性激光烧结(Selective laser sintering, SLS)增材制造技术制备的试件进行物理试验并对比试验结果,得到不同构型点阵结构胞元的力学性能。最后,以三点弯曲梁为例分析应力分布,并按照应力分布对梁结构进行Octet胞元的变密度点阵结构设计;同时设计均匀点阵结构作为对照,并通过三点弯曲试验对比变密度点阵结构与均匀点阵结构的力学性能。结果表明,优化并重构的4种胞元的三维数值均匀化模拟与压缩试验结果吻合良好;S Star Tet胞元的弹性模量最大,Octet胞元具有最高的剪切模量和较好的各向同性。相较于均匀点阵结构,变密度点阵结构的弯曲刚度和弯曲强度分别提高了162.6%和250.5%。

**关键词:** 点阵结构; 拓扑优化; 弹性模量; 变密度设计; 轻量化设计

**DOI:** 10.16080/j.issn1671-833x.2024.19.036



郝博

教授,博士生导师,研究方向为智能设计与智能制造。

自我国实施深空探测、载人登月等重大战略规划以来,新一代航天器装备对结构平台提出了更为严苛的轻量化要求,如何实现装备结构平台的轻量化设计与高性能制造是学术界和工业领域长期关注的焦点<sup>[1-2]</sup>。微桁架点阵结构凭借其轻量、耐高温和耐腐蚀的特性在航空航天领域受到广泛关注<sup>[3]</sup>,但该结构在航空航天领域的大规模应用受到其复杂内部结构的制约,传统制造技术难以进行生产制造。近年来,增材制造技术的飞速发展点阵结构的制造和应用提供了极大便利,使得大规模、多维度、复杂化的微桁架点阵结构的设计

制造成为可能<sup>[4]</sup>。

多孔结构按其微观结构的不同,可分为泡沫结构和点阵结构;其中微桁架点阵结构是一种周期性排布堆叠而成的三维有序多孔结构。范华林等<sup>[5]</sup>通过对比泡沫材料与点阵结构的模量发现,微桁架点阵结构的刚度明显大于泡沫结构。与传统结构相比,点阵结构具有质量轻、强度高、刚度、吸声散热等优良性能<sup>[6]</sup>。点阵结构的最小单位是胞元,其性能严重依赖于胞元的构型,因此无需改变点阵结构的化学成分,通过改变胞元构型即可实现点阵结构的功能化设计。目前,点阵结

\* 基金项目: 装备预研领域基金快速扶持项目(80923020104)。

构设计较合理的方法之一是拓扑优化法,其中固体各向同性材料惩罚模型(Solid isotropic microstructure with penalization, SIMP)的应用最为广泛。杨睿钊<sup>[7]</sup>以汽车零件为例验证了点阵均匀化零件可降低生产成本并提高生产效率。朱健峰等<sup>[8]</sup>采用基于拓扑优化原理的结构设计方法进行参数化建模,得到了4种数学模型。Xiao等<sup>[9]</sup>等利用SIMP法设计顶点立方体(VC)、面中心立方体(FCC)和边缘中心立方体(ECC)的轻量化胞元,采用选择性激光熔化技术(SLM)制得相应多孔结构材料,随后对材料进行准静态压缩试验,结果表明,拓扑优化设计的多孔结构的力学性能优于其他多孔结构,验证了利用拓扑优化技术进行多孔结构设计的可行性。

均匀多孔结构不能充分发挥微桁架点阵结构的性能,因此学者们开始探索非均匀分布的多孔结构。易辉成等<sup>[10]</sup>提出了一种基于应力分布的变密度点阵结构优化设计方法,结果表明,优化后的变密度点阵结构的应力云图呈现等强度的趋势,验证了该设计方法的有效性。廖中源等<sup>[11]</sup>将拓扑优化引入到变密度设计中,生成的变密度点阵结构具有更优异的性能,优化后连杆的轻量化效果更好,应力分布更合理。Zhang等<sup>[12]</sup>将变密度点阵用于航空摇臂中,解决了航空零件摇臂的减重优化问题。徐向聪等<sup>[13]</sup>采用试验与有限元分析相结合的方法研究了变密度多层梯度点阵型金属减振结构,结果表明,增大结构梯度率可有效提高结构的弹性模量和吸能性能。

本文基于SIMP的拓扑优化法设计了4种边界载荷条件以进行模型优化,并将优化结果重构为三维对称的规则胞元。对4种点阵结构进行三维数值均匀化模拟并进行压缩试验,进而分析不同相对密度和不同类型点阵结构的性能。为实现微桁

架点阵结构的轻量化,以三点弯曲梁为例,采用基于应力分布的变密度方法进行点阵填充,对比了相同相对密度下均匀点阵结构与变密度点阵结构的性能。本文提出了一种将拓扑优化技术与点阵胞元设计相融合的创新方案,通过分析点阵胞元的受力状况,分别构建了4种边界载荷条件的优化模型,从而为不同受力工况下的新型点阵结构设计提供新思路。

## 1 基于拓扑优化的点阵结构胞元设计

在轻量化设计中,微桁架点阵结构的胞元构型对整体点阵结构的力学性能具有重要影响。点阵结构具有良好的适应性,可根据使用环境的需求设计不同孔隙率、不同构型的多功能点阵,甚至可实现点阵结构的变密度排布,以充分发挥每个胞元的作用,从而满足结构轻量化、高性能和多功能的创新设计要求。

### 1.1 基于SIMP的胞元拓扑优化

拓扑优化是根据给定边界条件、性能目标等约束条件,对指定设计区域内的材料分布进行优化的设计方法<sup>[14]</sup>。为了将连续问题转化为离散问题以便于求解,Sigmund<sup>[15]</sup>和Bendsøe<sup>[16]</sup>在均匀化方法的基础上对拓扑优化法进行改进并提出了变密度理论体系。SIMP法是拓扑优化领域最为经典且广泛应用的方法之一,SIMP法的核心思想是通过定义每一点处的材料密度来描述结构。SIMP法引入中间密度单元的概念,通过划分设计区域为网格单元,考虑每个单元的材料密度,将单元填充材料定义为1,不填充材料定义为0,完成对网格单元材料的赋值,进而实现对设计区域材料属性的定义。引入的密度单元决定了材料的密度,从而间接将密度单元与材料属性联系起来。

采用基于SIMP的拓扑优化方法对微桁架点阵结构胞元进行设计,这

种方法具有显著优势,如定义清晰、迭代稳定、效率高。在施加不同载荷、不同边界条件及确保最小柔度的前提下,通过调整体积分数作为约束条件,基于最小柔度的优化模型如下。

$$\text{Find: } \mathbf{S} = \{s_1, s_2, \dots, s_e\}^T \in R^n \quad (1)$$

$$C(s) = \mathbf{F}^T \mathbf{U} = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N s_e^p \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e \quad (2)$$

$$\text{subject to: } \begin{cases} V = fV_0 = \sum_{e=1}^N s_e v_e \\ \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \\ 0 \leq S_{\min} \leq s_e \leq S_{\max} \leq 1 \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{S}$ 为整个优化模型设计变量的集合; $s_e$ 为单元 $e$ 的相对密度; $S_{\min}$ 、 $S_{\max}$ 分别为设计区域内网格单元密度取值的下限值和上限值; $C(s)$ 为整体结构的柔度矩阵; $\mathbf{F}$ 为作用于整个结构的载荷矩阵; $\mathbf{U}$ 为总体结构位移矩阵; $\mathbf{K}$ 为总体结构刚度矩阵; $\mathbf{u}_e$ 为设计区域网格单元位移矩阵; $\mathbf{k}_e$ 为网格单元刚度矩阵; $V$ 为优化后的体积; $f$ 为材料用量的百分比; $V_0$ 为初始状态下结构的有效体积; $v_e$ 为网格单元体积; $N$ 为离散网格单元总数; $P$ 为惩罚因子; $R^n$ 是实数集。

在ABAQUS中建立设计域为 $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ 的正方体单元结构模型,对建立的模型施加边界载荷条件,划分网格,利用ABAQUS中的拓扑优化模块进行优化。胞元受到的力通过顶点、面、棱进行传递。在对立方体单元施加载荷与边界条件时应保持三维对称性,从而保证胞元结构的周期性阵列效果更好。胞元结构在实际受压过程中,常见的受载为来自周边胞元对胞元面心附近和顶点附近的挤压。为得到抗压强度最高的三维胞元,本文根据对胞元顶点和面心附近施加载荷和约束条件位置的不同,分别设定了4种边界载荷条件(图1)进行

胞元结构的优化,这是一种在设计空间内寻找符合最优抗压性能构型的设计方法。

第1种边界载荷条件为6个面中心固定约束,对胞元8个顶点和6个面中心施加载荷;第2种边界载荷条件为6个面中心固定约束,对胞元8个顶点和每个面菱形位置施加载荷;第3种边界载荷条件为6个面中心固定约束,对胞元每个面中心和面菱形位置施加载荷;第4种边界载荷条件为12个棱的中心固定约束,对胞元8个顶点和6个面中心施加载荷。

设置优化目标为最大结构刚度,体积约束分别为6%、10%、6%、10%。优化过程中冻结载荷区域与边界条件区域,采用图1中4种方式施加载荷边界条件进行拓扑优化,结果如图2所示。

### 1.2 桁架型点阵胞元重构

根据拓扑优化的结果可知,第1种边界载荷条件的优化结果为 Fluorite 单元;第2种边界载荷条件的优化结果与 Star Tet 单元类似,将其命名为 S Star Tet 单元;第3种边界载荷条件的优化结果与 Kelvin cell 单元类似,将其命名为 F Kelvin cell 单元;第4种边界载荷条件的优化结果为 Octet 单元。

拓扑优化后的胞元模型结构复杂且存在较多的交叉、重叠错误,不适合直接用于3D打印和复杂薄壁结构的轻量化设计。节点与节点间通过连接杆件单元组成一种具有周期性阵列化的拓扑结构,即可实现点阵构型的模拟,因此通过分析和提取可以得到拓扑优化后的胞元节点,再将得到的节点按顺序进行重构,即可重构为具有规则形状、三维对称的点阵结构胞元。对第4种拓扑优化结果进行重构的流程如图3所示。

利用图3中方法对所有拓扑优化结果进行重构,重构后的各个胞元结构如图4所示,经拓扑优化再重构后各个胞元的几何信息如表1所示,胞元相对密度与杆径的关系如图5所示。

## 2 点阵结构胞元力学性能分析与试验

### 2.1 点阵结构胞元三维数值均匀化分析

由于点阵结构是非均质结构且内部复杂交错,传统力学方法难以对其整体结构进行力学性能分析。通常采用均匀化方法(Homogenization)对点阵结构进行等效理论分析,可以

快速得到点阵结构的等效力学性能参数<sup>[17]</sup>。均匀化方法是以宏观均质结构或周期性微结构来替代非均匀材料从而进行分析的方法<sup>[18]</sup>。点阵结构在微观尺度上由胞元构成,通过均匀化方法将点阵结构划分为周期阵列均匀的点阵微结构,从而分离得到一个点阵单胞,使其应变等效为相同大小均质立方体结构的应变,求出

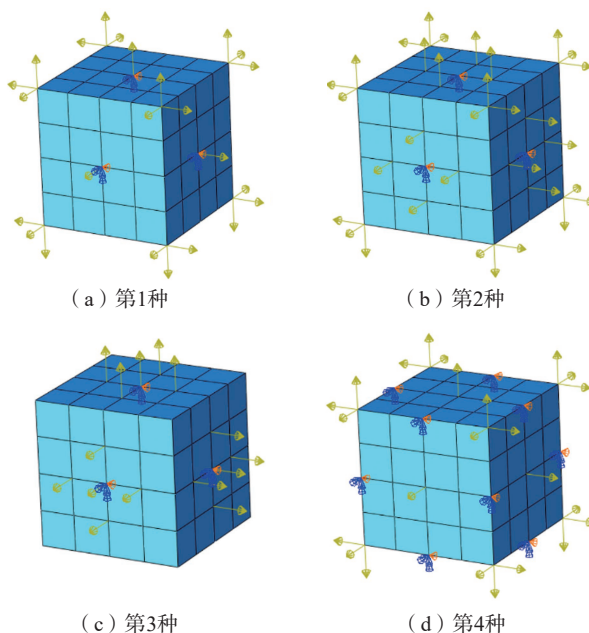


图1 4种边界载荷条件

Fig.1 Four boundary load conditions

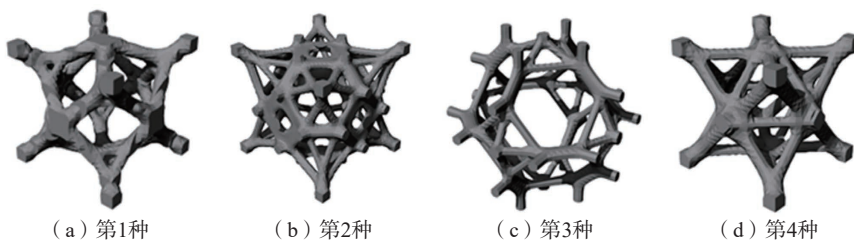


图2 4种优化结果

Fig.2 Four optimization results

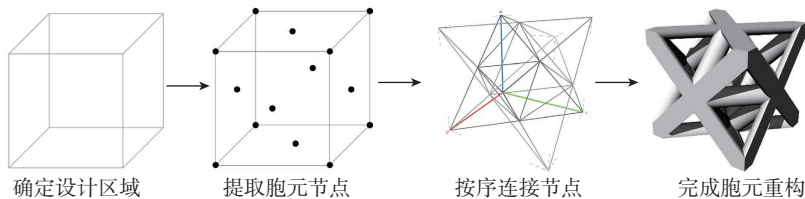


图3 第4种拓扑优化结果的重构流程

Fig.3 Reconstruction process of the fourth topology optimization result

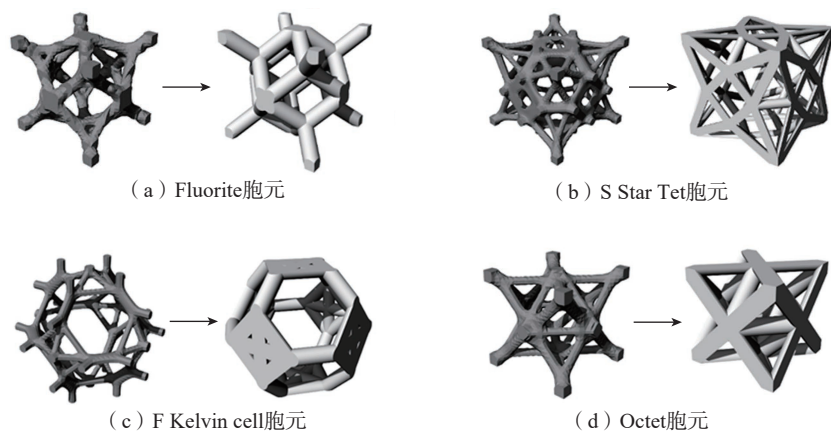


图4 重构后的4种胞元  
Fig.4 Four reconstructed cells

该点阵胞元的等效模量,以此等效模量代表点阵结构的宏观力学性能,从而进行整体结构的力学性能分析。

引入参数  $\varepsilon$  ( $0 < \varepsilon \leq 1$ ), 其值为  $x$  与  $y$  之比, 将宏观变量  $x$  与微观变量  $y$  联系起来。在线弹性变形范围内, 周期性场位移变量可以表示为

$$\mathbf{u}^\varepsilon(x) = \mathbf{u}_0(x, y) + \varepsilon \mathbf{u}_1(x, y) + \varepsilon^2 \mathbf{u}_2(x, y) + o(\varepsilon^3) \quad (4)$$

涉及的函数由宏观变量  $x$  和微观变量  $y$  共同控制, 忽略高阶项  $o(\varepsilon^3)$  求解式(4), 材料的宏观弹性张量可以推导为

$$\mathbf{K}_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \mathbf{K}_{pqrs} (\varepsilon_{pq}^{0(ij)} - \varepsilon_{pq}^{(ij)}) (\varepsilon_{rs}^{0(kl)} - \varepsilon_{rs}^{(kl)}) dY \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{u}$  为位移变量;  $Y$  表示微结构的面积或体积;  $i, j, k, l$  是索引向量;  $\mathbf{K}_{pqrs}$  是局部变化的刚度张量;  $\varepsilon_{pq}^{0(ij)}$  是初始阶段的独立单元测试应变, 三维条件下有 6 个。为了方便求解, 式(5)可近似为

$$\mathbf{K}_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \sum_{e=1}^N (\mathbf{u}_e^{0(ij)} - \mathbf{u}_e^{(ij)}) \mathbf{k}_e (\mathbf{u}_e^{0(kl)} - \mathbf{u}_e^{(kl)}) \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{u}_e^{0(ij)} - \mathbf{u}_e^{(ij)}$  表示对应于单元测试应变场  $\varepsilon_{pq}^{0(ij)}$  的单元位移解;  $\mathbf{k}_e$  为单元刚度矩阵。刚度矩阵  $[\mathbf{K}]$  的具

体形式为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{1111}^H & K_{1122}^H & K_{1133}^H & K_{1112}^H & K_{1123}^H & K_{1131}^H \\ K_{2211}^H & K_{2222}^H & K_{2233}^H & K_{2212}^H & K_{2223}^H & K_{2231}^H \\ K_{3311}^H & K_{3322}^H & K_{3333}^H & K_{3312}^H & K_{3323}^H & K_{3331}^H \\ K_{1211}^H & K_{1222}^H & K_{1233}^H & K_{1212}^H & K_{1223}^H & K_{1231}^H \\ K_{2311}^H & K_{2322}^H & K_{2333}^H & K_{2312}^H & K_{2323}^H & K_{2331}^H \\ K_{3111}^H & K_{3122}^H & K_{3133}^H & K_{3112}^H & K_{3123}^H & K_{3131}^H \end{bmatrix} \quad (7)$$

对于一个三维微结构来说, 其等效弹性矩阵是一个  $6 \times 6$  的矩阵, 共有 36 个参数。正方体包络空间点阵胞元 3 个方向均一致, 对四阶刚度矩阵  $[\mathbf{K}]$  来说, 36 个参数可以减少到 3 个独立参数  $K_{11}$ 、 $K_{12}$ 、 $K_{44}$ 。因此, 式(7)刚度矩阵  $[\mathbf{K}]$  可简化为

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{12} & 0 & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{11} & K_{12} & 0 & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{12} & K_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{44} \end{bmatrix} \quad (8)$$

对式(8)求逆得其逆矩阵  $[\mathbf{S}]$ , 如式(9)所示。通过式(10)~(12)可以得到弹性模量  $E$ 、剪切模量  $G$  和泊松比  $\nu$ 。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \quad (9)$$

表1 胞元几何信息

Table 1 Geometry information of cells

胞元名称	节点数	支杆数
Fluorite 胞元	22	32
S Star Tet 胞元	32	84
F Kelvin cell 胞元	30	48
Octet 胞元	14	36

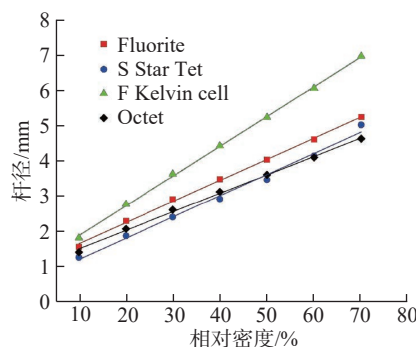


图5 胞元相对密度与杆径的关系

Fig.5 Relation between relative density and rod diameter

其中,

$$E = \frac{K_{11}^2 + K_{11}K_{12} - 2K_{12}^2}{K_{11} + K_{12}} \quad (10)$$

$$G = K_{44} \quad (11)$$

$$\nu = \frac{K_{12}}{K_{11} + K_{12}} \quad (12)$$

改变杆径, 获得不同相对密度时的弹性模量、剪切模量和泊松比的数据, 并绘制 4 种点阵结构胞元的弹性模量、剪切模量、泊松比与相对密度的关系曲线, 如图 6 所示。

可以看出, 4 种点阵结构胞元的弹性模量和剪切模量均随着相对密度的增加而增大(图 6 (a) 和 (b)), 且弹性模量的增速随着相对密度增加而变快; 因此若某些特定条件下需要低模量, 可通过构建小相对密度的点阵结构来实现。此外, 由图 6 (c) 可知, Fluorite 胞元和 Octet 胞元的泊松比随相对密度增加而减小, S Star Tet 胞元和 F Kelvin cell 胞元的泊松比随相对密度的增加呈现先降后升的趋势。S Star Tet 胞元在承受拉伸(或

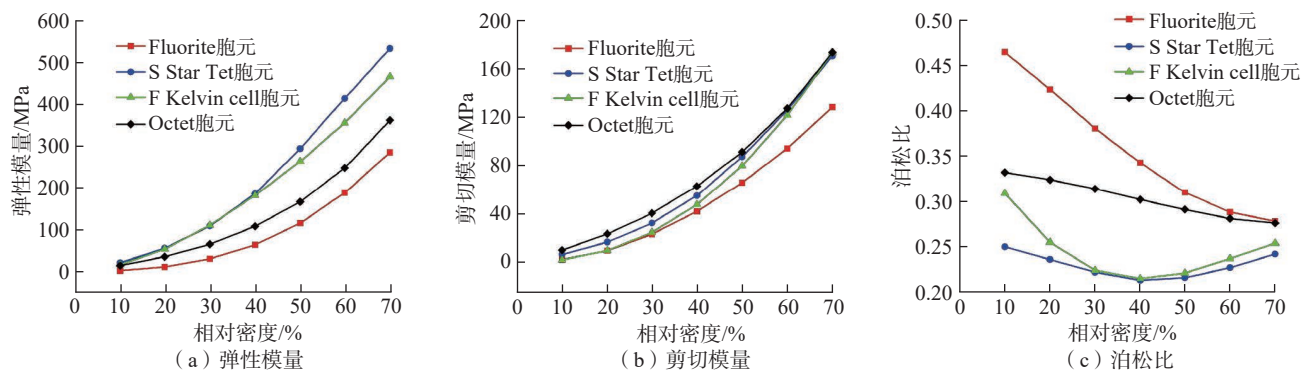


图6 点阵结构胞元的力学性能与相对密度的关系曲线

Fig.6 Relation curve between mechanical properties of lattice structure cell and relative density

压缩)时表现出较高的模量,而 Octet 胞元则在抵抗剪切力方面更为突出。综上可知,相对密度一定时,不同点阵结构胞元的模量不同,说明点阵结构胞元抗压能力和抗剪切能力与其类型有关;可根据特定的应用需求选择适宜的胞元类型,使构建特定密度的点阵结构成为可能。

利用 ABAQUS 中的 FE-RVE 模块可以导出点阵结构胞元均匀化后的刚度矩阵  $[K']$ 。通过 MATLAB 插值程序对刚度矩阵中的参数进行插值,可得点阵结构的弹性模量曲面图,以便更好地观察点阵结构的空空间特点,如各向同性、刚性等力学性质。因此,将刚度矩阵  $[K']$  导入到 MATLAB 插值程序中,分别得到 4 种点阵结构胞元相对密度分别为 10%、30%、50% 时的弹性模量曲面图,如图 7 所示。

弹性模量的大小在弹性模量曲面图中由表面到中心点的距离表示,因而各向同性材料的弹性模量是球面。根据最大弹性模量的方向,4 种胞元可大致分为两组: Fluorite 胞元和 Octet 胞元在轴向的刚性要远小于二者在体对角线上的刚性,且两个方向上的差异随着相对密度的增加逐步减小;而 S Star Tet 胞元和 F Kelvin cell 胞元在轴向的刚性远大于二者在体对角线上的刚性,随着相对密度的增大,此差异减小。S Star Tet 和 F Kelvin cell 两种胞元的最大弹

性模量均高于 Fluorite 胞元和 Octet 胞元。此外,相比之下,Octet 胞元的弹性模量曲面图更“圆”,因而具有更强的各向同性。

## 2.2 点阵结构的静态压缩性能试验

为 4 种点阵结构胞元制作相同相对密度的试件,制作试件时选择尺寸为  $45\text{ mm} \times 45\text{ mm} \times 45\text{ mm}$  的立方结构,每个试件在  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  3 个方向上分别均匀排列 3 层基本点阵结构胞元,每个点阵结构胞元尺寸为  $15\text{ mm} \times 15\text{ mm} \times 15\text{ mm}$ 。当 Fluorite、S Star Tet、F Kelvin cell、Octet 4 种胞元的杆径分别为 2.009 mm、1.632 mm、2.395 mm、1.809 mm 时得到 4 种点阵结构模型,相对密度均为 16%,如图 8 所示。

点阵结构试件的制备工艺为选择性激光烧结(SLS)。试验选用 PA2200 作为材料进行 3D 打印,打印所得点阵结构是自支撑结构。PA2200 材料的弹性模量为 950 MPa,泊松比为 0.3,密度为  $1.05\text{ g/cm}^3$ 。成型结构试件如图 9 所示。

对 4 种点阵结构试件进行参数检测。测量试件的三维尺寸;采用 ME204 电子天平(梅特勒托利多公司)测量试件在空气中的质量  $m$ ;再利用乙醇,通过排水法计算试件的体积  $V$ ;致密度的定义为试件密度与材料密度之比;4 种点阵结构试件的各种参数见表 2。可知,4 种试件的致密度均在 98% 以上,且实际体积分

数与设计体积分数的偏差均在 8% 左右,说明制备试件的误差较小且设备稳定性好。

在常温下分别对 4 个相同体积分数的点阵结构试件进行准静态单轴压缩测试,试验设备为 5982 型万能电子试验机(INSTRON)。将试件平整放置于试验台上,确保上下表面均能均匀受力,压缩速度设置为  $1\text{ mm/min}$ ,应变率  $\dot{\epsilon}$  分别设置为 10%、20%、30% 和 50%,试验机自动记录时间、位移、力等数据。4 种点阵结构试件的压缩变形过程如图 10 所示。

根据万能电子试验机记录的位移与载荷信息,用试验过程中施加的载荷除以点阵结构试件的横截面积求得应力,位移除以点阵结构试件的高度求得应变,得到 4 种试件的应力-应变曲线,如图 11 所示。可以发现,Fluorite 点阵结构试件的屈服变形阶段不明显,结合图 10 中 Fluorite 点阵结构试件的压缩变形过程,推测原因可能是 Fluorite 点阵结构试件在其 6 个表面上并没有分布支杆且点阵结构全部由圆柱形支杆构成,弹性阶段之后的压缩过程中支杆和斜柱没有出现剥落和飞溅。计算点阵结构试件应力-应变曲线线性部分的斜率,得到各个点阵结构试件的弹性模量。为了验证试验结果的可靠性,与三维数值均匀化方法模拟所得弹性模量进行对比,

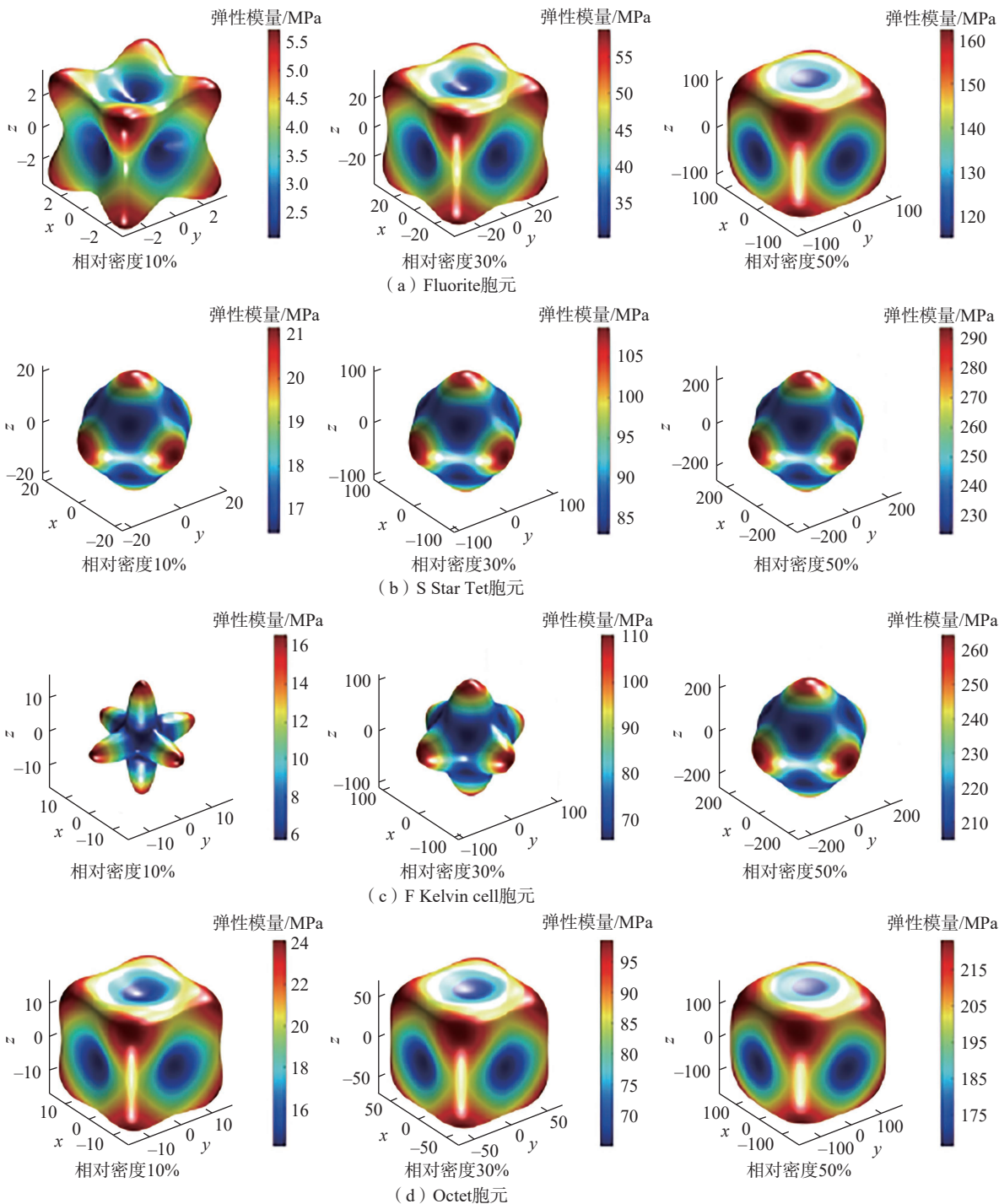


图7 4种点阵结构胞元相对密度分别为10%、30%、50%时的弹性模量曲面图

Fig.7 Elastic modulus surface diagram of four lattice structure cells with relative densities of 10%, 30%, and 50%

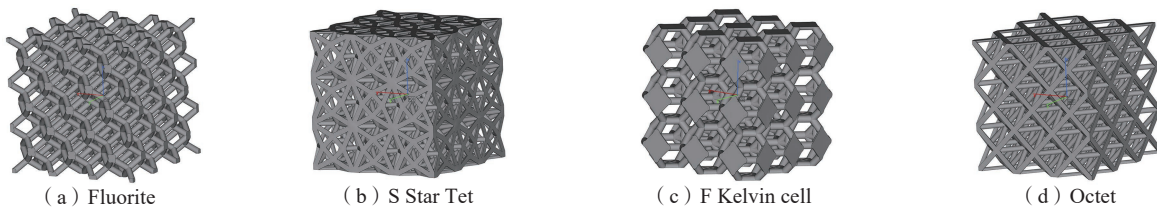


图8 4种点阵结构模型

Fig.8 Four lattice structure models

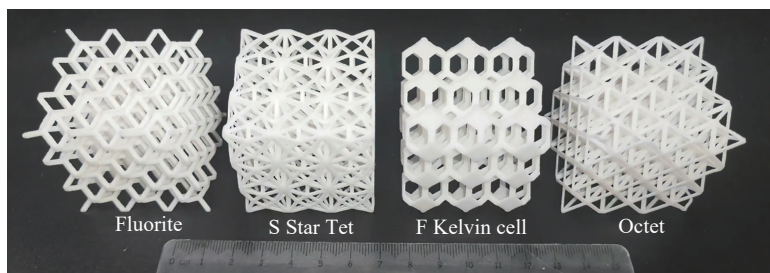


图9 4种点阵结构试件  
Fig.9 Four lattice structure workpieces

表2 试件的相关参数

Table 2 Relevant parameters of workpieces

试件	(X×Y×Z)/mm	m/g	V/cm <sup>3</sup>	密度 / (g·cm <sup>-3</sup> )	致密度 / %	体积分数 / %	实际与设计体积分数偏差 / %
Fluorite	45.02 × 45.05 × 44.81	16.06	15.60	1.03	98.10	17.16	7.26
S Star Tet	45.01 × 45.11 × 44.76	16.31	15.69	1.04	99.05	17.26	7.86
F Kelvin cell	45.06 × 45.05 × 44.88	16.43	15.80	1.04	99.05	17.34	8.38
Octet	45.10 × 45.03 × 44.86	16.24	15.77	1.03	98.10	17.31	8.17

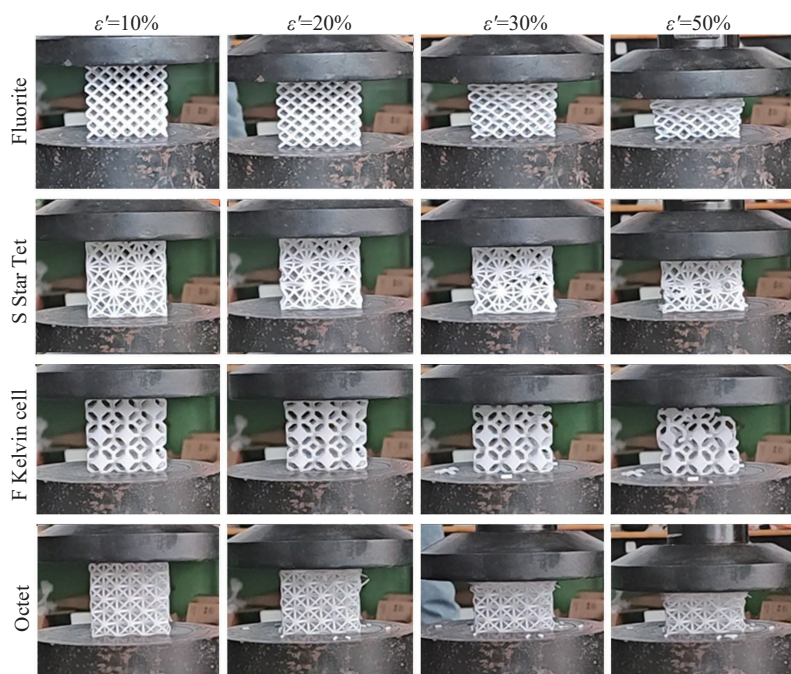


图10 4种点阵结构试件的压缩变形过程  
Fig.10 Compression deformation process of four lattice structure workpieces

结果如图12所示。

可以发现,相对密度为16%时的点阵结构试件压缩试验的弹性模量由大到小的顺序为S Star Tet>F Kelvin cell>Octet>Fluorite。Fluorite、S Star Tet、F Kelvin cell 和 Octet 4种胞

元的三维数值均匀化模拟与压缩试验的误差分别为7.11%、3.68%、1.66%、3.79%,均在8%以内,这表明利用三维数值均匀化方法描述不同构型与相对密度下的点阵结构力学性能的可信度很高。然而,在进行压缩试验

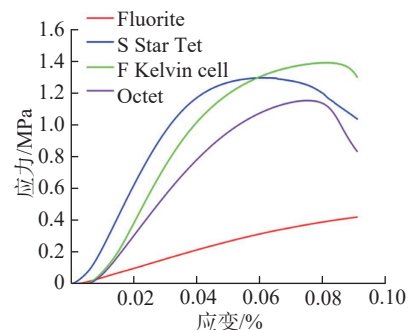


图11 4种点阵结构试件的应力-应变曲线  
Fig.11 Stress-strain curves of four lattice structure workpieces

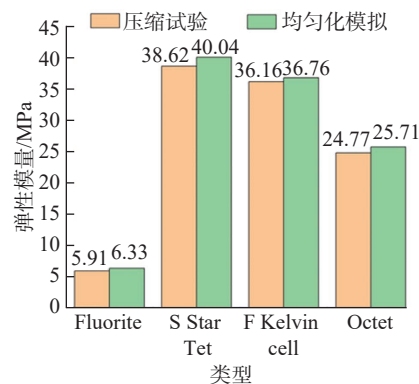


图12 4种点阵结构试件的弹性模量  
Fig.12 Elastic modulus of four lattice structure workpieces

时观察到,相较于三维数值均匀化模拟所预测的结果,压缩试验实测的弹性模量值较低,主要原因在于三维数值均匀化过程假设的是一个理想化的模型,而通过SLS技术实际生产的模型则存在一些缺陷。

### 3 基于应力分布的变密度点阵结构设计

#### 3.1 三点弯曲梁变密度点阵结构设计

受传统加工工艺限制,现有的点阵结构大多数是均匀的,而多孔结构实际承载时零件内部的应力往往是不均匀的,因此变密度设计的多孔结构更符合实际应用的需求。增材制造技术的进步推动了变密度点阵结构的研究。为了更好地实现某些结构的轻量化设计,以三点弯曲梁为例提出基于应力分布的变密度点阵填

充设计。利用有限元方法分析三点弯曲梁的应力分布,并根据应力在不同位置填充不同杆径的胞元,以实现整体结构的变密度设计。

在 ANSYS 软件中建立梁,梁的设计区域尺寸:长  $L=210$  mm,宽  $W=15$  mm,高  $H=45$  mm。在结构下方左右两端布置两个圆柱体底座,对梁施加固定约束以限制竖直位移,两个底座的跨距为 160 mm;结构上方中间位置布置圆柱体压头,用来施加竖直向下的集中载荷  $F=15000$  N。按 0.2 mm 大小的六面体单元进行网格划分,数值分析结束后输出有限元应力云图,如图 13 所示。

将梁的区域定义为点阵填充区域,图 13 中红色区域表示弯曲梁所受应力较大,因此采用杆径较粗的胞元进行填充。此外,已知 Octet 胞元结构的各向同性更好,且其剪切强度更高,因此 Octet 胞元最适合应用于抗弯曲结构的设计中。按照 Octet 胞元的应力分布方向对整个梁进行变密度填充,设计时保证变密度点阵结构的相对密度为 30%。另外,建立相对密度为 30% 的均匀点阵结构填充的三点弯曲梁模型作为对照,两种模型如图 14 所示。

### 3.2 三点弯曲梁试验分析

采用 SLS 法分别打印设计变密度点阵结构试件与均匀点阵结构试件,结构材料为 PA2200,成型试件的结构如图 15 所示,可以看到清晰的变密度点阵结构。由零件加工质量可以看出,增材制造可以有效加工和制作变密度点阵结构试件。

在室温条件下,采用万能试验机对两种试件分别进行三点弯曲试验。设置支点间距为 160 mm,机器进给速度为 1 mm/min,万能电子试验机自动记录输出时间、载荷、位移等数据。整理并分析数据,得到变密度点阵结构试件与均匀点阵结构试件的位移-载荷曲线如图 16 所示。

从图 16 可以直接得到两种结构

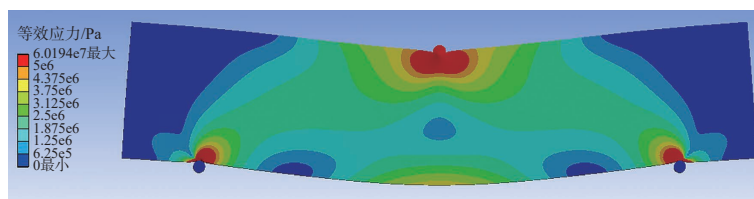
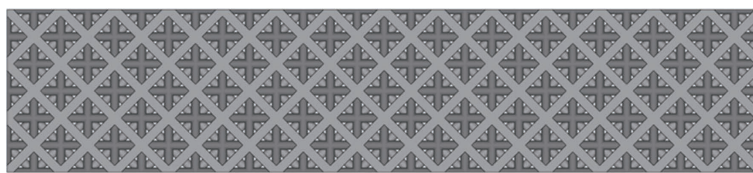


图 13 三点弯曲梁受载的应力云图

Fig.13 Stress cloud map of a three-point curved beam under load



(a) 均匀点阵模型



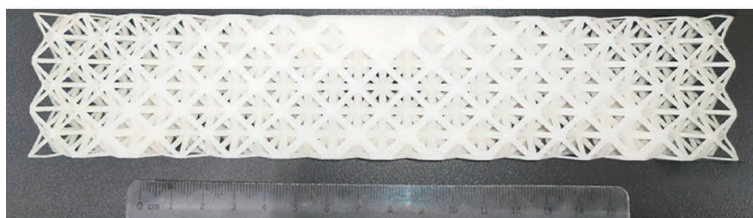
(b) 变密度点阵模型

图 14 两种点阵模型

Fig.14 Two lattice models



(a) 均匀点阵结构试件



(b) 变密度点阵结构试件

图 15 两种点阵结构试件

Fig.15 Two lattice structure workpieces

试件弯曲测试屈服或者破坏之前的最大载荷。三点弯曲梁结构的力学性能可通过计算弯曲刚度和弯曲强度来进行分析评价。根据结构在初始线弹性阶段的弯曲力及受力位置的竖直方向位移,可以利用下式计算结构的弯曲刚度  $K$ 。

$$K = \frac{E \cdot I}{L} = \frac{E \cdot \frac{bh^3}{12}}{L} = \frac{Ebh^3}{12L} \quad (13)$$

结构在最大载荷时的弯曲应力  $\sigma_{\max}$  (即等效弯曲强度) 由下式进行计算。

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_z} = \frac{\frac{1}{4} F_{\max} L}{\frac{1}{6} bl^3} = \frac{3F_{\max} L}{2bl^2} \quad (14)$$

式中,  $E$  为弯曲弹性模量;  $I$  为截面惯性矩;  $L$  为结构支点间的跨距;  $l$ 、 $b$ 、 $h$  分别为梁结构的长、宽、高;  $M$  和

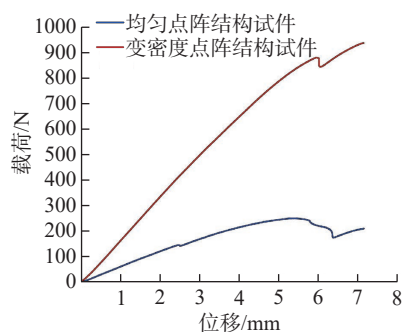


图 16 两种点阵结构试件的位移-载荷曲线  
Fig.16 Displacement-load curves of two lattice structure workpieces

$W_z$  分别为弯矩大小和抗弯截面系数;  
 $F_{max}$  为结构所受最大载荷。

两种点阵结构的力学性能参数对比如表 3 所示。相较于均匀点阵结构,变密度点阵结构的力学性能显著提高;弯曲刚度提高了 162.6%,等效弯曲强度提高了 250.5%。变密度设计优化了结构整体的应力分布,实现了更小的应力梯度,并有效利用了材料在各个特定区域的性能。相比之下,均匀设计的点阵结构由于应力梯度较大,导致其材料利用效率不足。此外,受限于计算成本,本文采用的三点弯曲梁模型具有较小的尺寸和较少的胞元填充数量,这限制了变密度设计对结构力学性能提升的潜力,未来可在此方面进行进一步的探究和试验。

### 3.3 三点弯曲梁有限元分析

为验证三点弯曲梁试验结果的准确性,分别对均匀和变密度点阵结构进行有限元分析。ABAQUS 适用于对非线性的点阵结构进行显示动力学分析。将图 14 中建立的均匀和变密度点阵结构模型导入 ABAQUS 中进行有限元分析,赋予模型材料

的属性为弹性模量 950 MPa、泊松比 0.3、密度 1.05 g/cm<sup>3</sup>。施加载荷边界条件,模型下方两个底座施加固定约束,同时给压头施加一个向下的位移,位移量为 15 mm,设定适合试验的步长,划分网格,最后提交 ABAQUS 进行分析,得到均匀和变密度点阵结构的位移-载荷曲线的仿真结果,仿真结果与试验结果的对比如图 17 所示。

可以看出,在正常工作阶段,均匀点阵结构的仿真曲线都略高于试验曲线(图 17(a));对于变密度点阵结构曲线,在弯曲破坏之前,变密度点阵结构的仿真曲线在试验曲线的上方,在位移为 4.86 mm 处两条曲线相交且仿真曲线位于试验曲线下方,随后仿真曲线再次位于试验曲线的上方(图 17(b))。从位移-载荷曲线图中可以直接得到弯曲测试屈服或破坏之前的最大载荷及其对应位移,均匀点阵结构和变密度点阵结构的试验与仿真结果对比如表 4 所示。

可以发现,均匀点阵结构有限元仿真的最大载荷为 281.2 N,变密度点阵结构有限元仿真的最大载荷为 911.6 N,变密度设计后点阵结构的最大载荷提高了 224.2%,表明变密度设计的点阵结构力学性能显著提高。此外,两种点阵结构的仿真结果与试验结果拟合度很好,说明仿真结果符合试验的实际结果,具有可信性。由仿真结果和试验结果的误差对比可知,均匀点阵结构的最大载荷和最大位移的误差均大于变密度点阵结构内部的杆径相差巨大,而划分网格的

大小受到模型最小杆径的约束,在相对密度相同的前提下,变密度点阵结构中的最小杆径要远小于均匀点阵结构的杆径,因而在划分网格时相比均匀点阵结构,变密度点阵结构划分的网格更小,结果更精确,因而误差也更小。此外,变密度设计的点阵结构胞元材料利用率高、应力梯度小,因而其变形过程更平稳,所以相较于

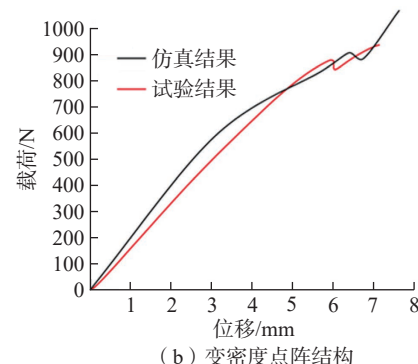
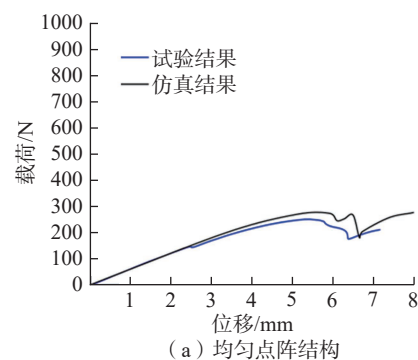


图 17 两种点阵结构的试验与仿真结果对比

Fig.17 Comparison between experimental and simulation result of two lattice structures

表 4 两种点阵结构的试验与仿真结果对比  
Table 4 Comparison of experimental and simulation result of two lattice structures

对比项		最大载荷 /N	最大载荷对应位移 /mm
均匀点阵结构	试验	250.4	5.32
	仿真	281.2	5.91
	误差	12.3%	11.1%
变密度点阵结构	试验	880.3	5.95
	仿真	911.6	6.39
	误差	3.6%	7.4%

表 3 两种点阵结构的力学性能参数

Table 3 Mechanical performance parameters of the two lattice structures

类型	最大载荷 $F_{max}$ /N	弯曲刚度 $K/(N \cdot mm)$	等效弯曲强度 $\sigma_{max}$ /MPa
均匀点阵结构填充梁	250.4	475.88	0.091
变密度点阵结构填充梁	880.3	1249.66	0.319

均匀点阵结构,变密度点阵结构的最大载荷和最大位移的误差更小。

仿真结果与试验结果之间存在偏差的原因如下:(1)用于增材制造的尼龙材料 PA2200 粉末中含有杂质,导致材料参数不完全准确;(2)SLS 增材制造技术的缺点导致生产的点阵结构样品存在一定缺陷,如支杆粘连、毛刺等;(3)样品在物流运输中发生变形及较细的支杆断裂等也会影响试验的准确性;(4)进行有限元仿真时划分网格的大小也会影响仿真结果。

## 4 结论

本文将拓扑优化与有限元分析方法进行结合,基于具有惩罚的实体各向同性材料(Solid isotropic microstructure with penalization, SIMP)拓扑优化算法优化点阵结构胞元,并进行桁架型胞元重构。对重构后的胞元进行三维数值均匀化模拟与试验,对比胞元结构的力学性能。以 Octet 胞元填充变密度点阵结构为例,采用一种基于应力分布的变密度点阵结构优化设计方法,并利用此方法对三点弯曲梁结构进行了变密度设计及其试验,以及有限元分析,主要结论如下。

(1)4 种胞元三维数值均匀化模拟所得弹性模量由大到小顺序为 S Star Tet>F Kelvin cell>Octet>Fluorite; S Star Tet 胞元的弹性模量最高,其抗拉(压)能力较强;而 Octet 胞元剪切模量最高,其抗剪切能力较强,在弹性模量曲面图中表现出更强的各向同性。在实际应用中,可以根据实际需求选择使用不同胞元类型及其点阵结构。

(2)4 种胞元三维数值均匀化模拟与压缩试验所得弹性模量的误差均在 8% 以内,说明三维数值均匀化方法能够可靠地描述不同构型与相对密度下点阵结构的力学性能。

(3)通过三点梁弯曲试验与有限

元仿真对变密度点阵结构和均匀点阵结构的试件进行了力学性能对比,仿真结果与试验结果的拟合度很好。相比均匀设计的点阵结构,变密度设计的点阵结构弯曲刚度提高了 162.6%,等效弯曲强度提高了 250.5%,表明按照应力分布设计的变密度点阵结构的力学性能得到显著改善。

## 参考文献

- [1] 宋波,张磊,王晓波,等.面向航空航天的增材制造超材料的研究现状及发展趋势[J].航空制造技术,2022,65(14):22-33.
- [2] 雷红帅,赵则昂,郭晓岗,等.航天器轻量化多功能结构设计及制造技术研究进展[J].宇航材料工艺,2021,51(4):10-22.
- [3] 王向明,苏亚东,吴斌,等.微桁架点阵结构在飞机结构/功能一体化中的应用[J].航空制造技术,2018,61(10):16-25.
- [4] 王天元,黄帅,周标,等.航空装备激光增材制造技术发展及路线图[J].航空材料学报,2023,43(1):1-17.
- [5] 范华林,杨卫.轻质高观点阵材料及其力学性能研究进展[J].力学进展,2007,37(1):99-112.
- [6] 杜义贤,李涵钊,田启华,等.基于能量均匀化的高剪切强度周期性点阵结构拓扑优化[J].机械工程学报,2017,53(18):152-160.
- [7] 杨睿钊.基于增材制造的点阵结构填充零件设计研究[D].北京:北京工业大学,2022.
- [8] 朱健峰,戴宁,刘乐乐.功能性点阵结构设计优化技术研究[J].机械设计与制造工程,2020,49(7):1-6.
- [9] XIAO Z F, YANG Y Q, XIAO R, et al. Evaluation of topology-optimized lattice structures manufactured via selective laser melting[J]. Materials & Design, 2018, 143: 27-37.
- [10] 易辉成,龚艳丽,李康.基于应力分布的变密度点阵结构优化设计[J].机械设计,2023,40(4):105-111.
- [11] 廖中源,王英俊,王书亭.基于拓扑优化的变密度点阵结构体优化设计方法[J].机械工程学报,2019,55(8):65-72.
- [12] ZHANG X J, XUE Z P, CHENG Q T, et al. Optimization design of variable density lattice structure for additive manufacturing[J]. Energy, 2022, 242: 122554.
- [13] 徐向聪,高佳丽,郝云波.304 不锈钢多层梯度点阵结构压缩性能及梯度率影响研究[J].机械强度,2023,45(6):1318-1325.
- [14] DU Yixian, LI Hanzhao, TIAN Qihua, et al. Topology optimization of periodic lattice structure with high shear strength using energy-based homogenization[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(18): 152-160.
- [15] YANG Ruizhao. Research on the design of lattice structure filled parts based on additive manufacturing[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2022.
- [16] ZHU Jianfeng, DAI Ning, LIU Lele. Research on the design and optimization technology of functional lattice structure[J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2020, 49(7): 1-6.
- [17] XIAO Z F, YANG Y Q, XIAO R, et al. Evaluation of topology-optimized lattice structures manufactured via selective laser melting[J]. Materials & Design, 2018, 143: 27-37.
- [18] YI Huicheng, GONG Yanli, LI Kang. Structure optimal design of variable density lattice based on stress distribution[J]. Journal of Machine Design, 2023, 40(4): 105-111.
- [19] LIAO Zhongyuan, WANG Yingjun, WANG Shuting. Graded-density lattice structure optimization design based on topology optimization[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(8): 65-72.
- [20] XU Xiangcong, GAO Jiali, HAO Yunbo.

Research on compressive performance of 304 stainless steel multi-layer gradient lattice and gradient rate influence[J]. Journal of Mechanical Strength, 2023, 45(6): 1318–1325.

[14] 周克民, 李俊峰, 李霞. 结构拓扑优化研究方法综述 [J]. 力学进展, 2005, 35(1): 69–76.

ZHOU Kemin, LI Junfeng, LI Xia. A review on topology optimization of structures[J]. Advances in Mechanics, 2005, 35(1): 69–76.

[15] SIGMUND O. Design of material structures using topology optimization[D]. Copenhagen: Technical University of Denmark, 1994.

[16] BENDSØE M P. Optimal shape design as a material distribution problem[J]. Structural Optimization, 1989, 1(4): 193–202.

[17] 谢先海, 廖道训. 均匀化方法中等效弹性模量的计算 [J]. 华中科技大学学报 (自然科学版), 2001, 29(4): 44–46.

XIE Xianhai, LIAO Daoxun. Computation method of equivalent elastic tensor in homogenization method[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2001, 29(4): 44–46.

[18] Canadian Standard Association. CSA-8806—Design and construction of building components with fiber reinforced polymers[S]. Toronto: Canadian Standards Association International, 2002.

## Topology Optimization and Variable Density Design of Micro-Truss Lattice Structure Cells

HAO Bo<sup>1,2</sup>, YAN Zhijie<sup>1</sup>, WANG Wanjiang<sup>1</sup>, ZHAO Yuxin<sup>1</sup>

(1. Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2. Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China)

**[ABSTRACT]** One of the methods to solve the lightweight problem of some components in aerospace field is to design the three-dimensional ordered porous micro-truss lattice structure to meet the specific needs. Firstly, based on the solid isotropic microstructure with penalization (SIMP) topology optimization algorithm, the lattice cells are optimized under different load boundary conditions with the goal of minimum flexibility, after which the topology optimized lattice cells are geometrically reconstructed. Then, the elastic matrix and elastic modulus surface of the cells under different relative densities are analyzed by using the three-position numerical homogenization algorithm and the mechanical properties of the four cells are compared as well. Physical experiments are conducted on the specimens manufactured by selective laser sintering (SLS) additive manufacturing technology and the experimental results are compared to obtain the mechanical properties of the lattice structure cells with different configurations. Finally, a three-point curved beam is taken as an example to analyze the stress distribution, and the variable density design for lattice structure of Octet cell of the beam is carried out according to the stress distribution. A uniform lattice structure is designed as the control to be compared with the variable density lattice structure in terms of mechanical properties through the three-point bending experiment. The results show that the homogenization simulation results of the four types of cells after optimization and reconstruction are in good agreement with the compression test results. S Star Tet cell has the largest elastic modulus, while Octet cell has the highest shear modulus and good isotropy. Compared with the uniform lattice structure, the bending stiffness and bending strength of the variable density lattice structure is increased by 162.6% and 250.5%, respectively.

**Keywords:** Lattice structure; Topology optimization; Elastic modulus; Variable density design; Lightweight design

(责编 向阳)